FISCHER BLACK, 1975

MYRON S. SCHOLES, 1970

een jaar tot 1800 euro is opgelopen.

Deze 0,95 euro is een evenwichtsprijs: als de optie niet duurder maar goedkoper is, doen zich dezelfde arbitragemogelijkheden voor, maar dan door callopties te kopen en 'short' te gaan in de aandelen. Op deze wijze wordt ook duidelijk dat de stand van de rente een belangrijke rol speelt voor optieprijzen. Als de rente stijgt, worden callopties duurder; als de rente daalt, worden ze goedkoper. Bij putopties is het precies andersom: deze worden goedkoper als de rente stijgt.

Zou het aandeel kunnen zakken naar 7,50 euro of kunnen stijgen naar 15 euro, dan wordt de evenwichtsoptieprijs beduidend hoger, te weten 1,90 euro. Dit geeft aan dat als de verwachte prijsschommeling (volatiliteit!) hoger is, de evenwichtsprijs van de calloptie ook hoger is.

Het voorbeeld met twee mogelijkheden is uit te breiden naar drie, vier en zo verder tot oneindig en dat is precies wat Black en Scholes hebben gedaan. Van de aanvankelijke gebeurtenissenboom 'twee prijzen en één periode' zijn zij gekomen tot een benadering van de oneindigheid. Daarbij wordt voor de mogelijke prijzen gebruikgemaakt van een gemiddelde en de standaardafwijking van dat gemiddelde. Hoe hoger de volatiliteit, hoe hoger deze standaarddeviatie en hoe hoger de optieprijzen.

**VERWACHTE VOLATILITEIT**

De formule van Black en Scholes projecteert de huidige beurskoers naar het eind van de looptijd van de optie, waarna op basis van de rente en de volatiliteit met behulp van een soort kansrekeningexercitie een theoretische optiekoers wordt afgeleid. De volatiliteit die in de toekomst gaat optreden, is echter een onbekende. In de praktijk wordt de formule vaak ook gebruikt om de verwachte volatiliteit af te leiden: de 'implied volatility'. Gegeven immers de beurskoers, dividendverwachting en rentestand impliceert de koers van de optie wat blijkbaar de verwachte volatiliteit is. Deze wijkt soms sterk af van de werkelijke historische volatiliteit.

De belangrijkste zwakte van de formule van Black en Scholes is dat zij werkt met een lognormale verdeling van mogelijke uitkomsten. Hierbij neemt de kans op een uitkomst af naarmate de uitkomst extremer wordt. Op de lange duur komen extreme uitslagen in de praktijk echter relatief vaak voor, zowel positief als negatief. De formule werkt daarom prima voor opties met een korte looptijd waarbij het koersverloop van de onderliggende waarde inderdaad vrij willekeurig en onvoorspelbaar is. Bij langere looptijden is bij aandelen de kans echter aanzienlijk groter dat de koersen oplopen. Dat komt onder meer doordat een aandeel dat op 10 euro staat hooguit 10 euro kan dalen, maar wel 20 of 30 euro kan stijgen. Bij langere looptijden is de formule van Black en Scholes daarom niet goed bruikbaar. ■

## DE FORMULES VAN BLACK & SCHOLES

Niet iets om uit het hoofd te leren, maar de formule van Black en Scholes voor een calloptie C op een aandeel S met een looptijd t ziet er als volgt uit:

$$C(S,t) = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2)$$

Waarbij de termen d1 en d2 als volgt zijn omschreven:

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Betekenis symbolen:

C: Europese stijl calloptie
S: koers onderliggende waarde (meestal aandeel)
t: looptijd in jaren (T = expiratie, 0 = nu)
C(S,t): Europese calloptie op S met looptijd t
N: de standaardnormale verdeling van de uitkomsten
K: uitoefenprijs optie
r: risicovrije rente
σ: volatiliteit (beweeglijkheid) van de onderliggende waarde

De formule voor de prijs van een putoptie kan hieruit afgeleid worden middels de 'put-callpariteit'. De formule voor de putoptie is dan als volgt:

$$P(S,t) = Ke^{-r(T-t)} N(-d_2) - SN(-d_1).$$

De put-callpariteit komt er in feite op neer dat een positie in een calloptie met cash ter grootte van de uitoefenprijs K dezelfde is als een positie in het onderliggende aandeel met een putoptie, zolang er maar een correctie plaatsvindt voor rente op de cash en het dividend van het aandeel. Immers de risico-rendementeigenschappen van cash plus call zijn gelijk aan aandeel plus put: er is een veiliggesteld bedrag en een opwaarts potentieel. Bij grote afwijkingen is arbitrage mogelijk.