

# BLACK & SCHOLES: PLUSSEN & MINNEN

TEKST: PATRICK BEIJERSBERGEN

De formule van Black & Scholes is al jaren het belangrijkste hulpmiddel voor de waardebepaling van opties. Hoe zit deze formule in elkaar en wat zijn de zwaktes?

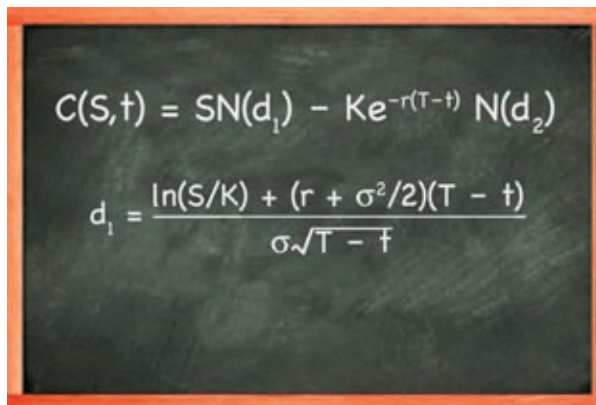
Er bestaan nogal wat misverstanden over de waarde van opties. Een bekende is 'de callopties op een aandeel zijn duur, dus beleggers denken dat dat aandeel zal stijgen.' Onzin. Optieprijsen hebben maar heel weinig te maken met de verwachtingen in de markt. Zij worden bepaald door objectief vast te stellen factoren: uitoefenprijs, looptijd, rentestand, verwacht dividend en de beweeglijkheid ('volatiliteit') van de onderliggende waarde waar de optie betrekking op heeft.

Met behulp van wiskunde en kansrekening is na te gaan hoe die factoren invloed uitoefenen op de prijs van opties. De economen Fischer Black en Myron Scholes deden dat uitvoerig en ontwikkelden een formule waarmee optieprijsen berekend kunnen worden. In 1997 ontving de Canadees Scholes hiervoor de Nobelprijs voor de economie. Zijn Amerikaanse vriend Black was toen reeds overleden maar deelde postuum in de eer.

## EENVOUDIG KEUZEPROBLEEM

De formule is te ingewikkeld om de werking ervan ineens te doorzien. Het idee erachter is echter gebaseerd op een zeer eenvoudige keuzeproblematiek. Stel dat de koers van een aandeel nu op 10 euro staat. Er zijn twee mogelijke toekomstige toekomsten: het aandeel staat over een jaar op 9 euro of op 12 euro. Er is een kooprecht (calloptie) met uitoefenprijs 10 en een looptijd van één jaar. Een optie kost 1,60 euro. De risicovrije rente bedraagt 5 procent.

Beleggen met geleend geld is niet aan te bevelen. Maar om de werking van de prijsvorming van opties te begrijpen is het van belang te starten op een nulpunt, dus zonder geld. De aankopen worden dus in theorie gefinancierd met geleend geld. Deze rente is ook te zien als gedeelde inkomsten van de belegger, als hij het geld wel had. Hij



$$C(S, t) = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

had zijn geld dan namelijk tegen de risicovrije rente kunnen uitzetten. De hoogte van de rente is dan ook van invloed op de optieprijs.

Een belegger zonder geld kan bijvoorbeeld het volgende doen: hij koopt tweehonderd aandelen, waarvoor hij dus 2.000 euro betaalt en schrijft drie calls voor 1,60 euro. Aandelenopties hebben betrekking op honderd aandelen, dus hij ontvangt daarvoor  $3 \times 160 = 480$  euro. In totaal is de investering dus 1.520 euro. Hij leent dit bedrag tegen 5 procent en zal dus later 1.520 euro terug moeten betalen, plus de rente. Hoe hoger de

rente, hoe meer hij moet terugbetalen.

Na een jaar kunnen er twee koersen staan: 9 of 12 euro. Als het aandeel op 9 eindigt, loopt de calloptie met uitoefenprijs 10 waardeloos af. De belegger moet 1.596 euro (=  $1520 + 5\%$  rente) terugbetalen maar heeft wel tweehonderd aandelen die op 9 euro 1.800 euro waard zijn. Hij houdt dus 204 euro over (=  $1800 - 1596$ ).

Stijgt het aandeel naar 12 euro, dan moet de belegger driehonderd aandelen leveren op 10 terwijl deze op de beurs 12 kosten. De geschreven callopties zijn dus 600 euro waard, een verplichting voor de schrijver. Zijn aandelen zijn echter in waarde gestegen en  $200 \times 12 = 2.400$  waard. De hele positie is dus 1.800 euro waard (=  $2.400 - 600$ ). De belegger moet 1.596 euro schuld plus rente terugbetalen en verdient weer 204 euro. Een win-winsituatie die maar tot één conclusie kan leiden: de prijs van de calloptie was te hoog.

## ARBITRAGE UITGESLOTEN

Waarom was de calloptie te duur? Omdat er in beide scenario's winst te behalen was kon het te investeren bedrag worden geleend en was er met zekerheid meer te verdienen dan de risicovrije rentevoet van 5 procent. Hierdoor wordt arbitrage mogelijk: een belegger zou voor een enorm bedrag kunnen lenen en hiermee 'gratis' geld maken.

De enige correcte optieprijs is de prijs waarbij deze arbitragemogelijkheid wordt uitgesloten. Dat is in dit geval circa 0,95 euro per optie: de investering is dan 1.715 euro (=  $2.000 - 285$ ), die, indien geleend, na